Philosophie der Logik

Florian Steinberger*

(f.steinberger@bbk.ac.uk)

1 Einführung: Philosophie der Logik, philosophische Logik und mathematische Logik

Die Philosophie der Logik beschäftigt sich, wie andere Philosophien verschiedener Einzelwissenschaften auch, mit den metaphysischen, erkenntnistheoretischen, semantischen Fragen, die ihre Disziplin aufwirft. Als solche ist sie zu unterscheiden von der philosophischen Logik. Über die Terminologie herrscht leider wenig Einigkeit, hier soll aber 'philosophische Logik' als Bezeichnung für jene philosophische Disziplin dienen, die es sich zum Ziel macht die Methoden der mathematischen Logik auf philosophisch relevante Fragestellungen anzuwenden sowie neue solche Methoden zu diesem Zweck zu entwickeln. So sind etwa die Modallogik, die deontische und epistemische Logik oder die konditionale Logik Weiterentwicklungen der klassischen Logik, die es ermöglichen sollen spezielle philosophische Begriffe (etwa alethische Modalitäten, wie *Notwendigkeit* und *Möglichkeit*, deontische Modalbegriffe, wie *sollen* und *dürfen*, der Wissensbegriff, usw.) und Fragestellungen in aller logischen Schärfe untersuchen zu können. Die mathematische Logik wiederum ist einfach die mathematische Weiterentwicklung der Logik als Teildisziplin der Mathematik. 'Logik' wird in diesem Zusammenhang oft weit verstanden unter Einbeziehung der Mengentheorie, der Modell- und Beweistheorie, der Berechenbarkeitstheorie. Die mathematische Logik spielt eine bedeutende Rolle u.a. in den Grundlagen der Mathematik sowie der Informatik und der Kognitionswissenschaften.

*Birkbeck College & Munich Center for Mathematical Philosophy

Die Philosophie der Logik hingegen unterscheidet sich von der philosophischen Logik darin, dass sie die Logik und ihre zentralen Begriffe selber als Objekt philosophischer Untersuchungen betrachtet. Was aber ist eine Logik? Diese Frage scheint bei einem Beitrag zur Philosophie der Logik durchaus angebracht. Für unsere Zwecke werden wie 'Logik' im Sinne der formalen Logik verstehen. Zugleich werden wir aber der philosophischen Tradition gemäß den Begriff der Logik enger fassen, als es in der mathematischen Logik üblich ist. Konkreter heißt dies, dass sich eine Logik aus einer formalen Sprache und einer über diese Sprache definierte Folgebeziehung speist. Eine Logik ist also ein geordnetes Paar $(L, \models)$, wobei L eine formale Sprache ist, die aus einer nicht-leeren Menge von primitiven Zeichen besteht, welche (zumeist rekursive) Formationsregeln unterstehen. Die Formationsregeln legen dar, welche Zeichenstränge als "grammatikalisch" wohl geformt gelten. Zu einer Logik wird eine solche Sprache aber nur dann, wenn sie durch eine logische Folgebeziehung, $\models$ ergänzt wird. Eine Folgebeziehung kann sowohl semantisch (modell-theoretisch) als auch syntaktisch (oder beweistheoretisch) gegeben sein.[1]

Tatsächlich greifen die philosophische Logik und die Philosophie der Logik allerdings oftmals ineinander, so dass sie sich nicht scharf voneinander abgrenzen lassen. Um so wichtiger wird es sein unser Themengebiet einzuschränken. Damit müssen einige wichtige Debatten innerhalb der Philosophie der Logik in diesem Kapitel unerwähnt bleiben. Die hier getroffene Auswahl ist wie folgt. Im nächsten Abschnitt wenden wir uns dem der Logik so zentralen Begriff der logischen Folge zu. Der Begriff der logischem Folge aber ist seinerseits abhängig davon, welche Begriffe oder Ausdrücke als eigentlich logisch gelten. In Abschnitt 3 widmen wir uns daher der Frage der sogenannten logischen Konstanten und der damit einhergehenden Frage der Eingrenzung des Gebiets der Logik. Abschnitt 4 widmet sich der Debatte zwischen logischen Monisten, die der Auffassung sind, dass es eine einzige korrekte Logik gibt, und logischen Pluralisten, die meinen, dass keine Logik den Anspruch erheben kann die einzig legitime zu sein. Der letzte Abschnitt geht der Frage der Normativität der Logik nach.

[1] Sofern keine weiteren Angaben gemacht werden, wird sich 'Logik' im weiteren auf die herkömmliche klassische Logik erster Stufe beziehen samt der dazu gehörigen semantischen Folgebeziehung.

2 Logische Folge

Wie man unserer skizzenhaften Definition bereits entnehmen kann, ist der Begriff der logischen Folge das Herzstück der Logik. Dies zeigt sich auch im alltäglichen Umgang mit der Logik. In den Wissenschaften, der Philosophie, ja eigentlich in jeder Form von rationalem Diskurs wird verlangt, dass Behauptungen durch Argumente gestützt werden. Oftmals begründe ich meine Behauptung indem ich ein gültiges Argument liefere, worin ebendiese Behauptung die Konklusion darstellt. Ein gültiges Argument ist eines, welches, ausgehend von Prämissen, die als wahr anerkannt werden, die Wahrheit der Konklusion garantiert. Der Begriff eines logisch gültigen Arguments ist aber eng mit dem der logischen Folge verquickt: Ein Argument ist gültig genau dann, wenn die Konklusion des Arguments eine logische Folge der Prämissen ist.

Wie genau muss man aber die Beziehung der logischen Folge verstehen, die die Prämissen gültiger Argumente mit der Konklusion verbindet? Nun, eine notwendige Bedingung dafür, dass die Konklusion aus einer gegebenen Menge von Prämissen logisch folgt (oder logisch impliziert wird), besteht darin, dass die Wahrheit der Prämissen die Wahrheit der Konklusion *notwendigerweise* nach sich zieht. Dies setzt voraus, dass es sich bei den *Relata* der Beziehung der logischen Folge um Wahrheitsträger handelt—also, um Entitäten, die sinnvoller Weise wahr oder falsch genannt werden können. Das Wesen von Wahrheitsträgern ist unter SprachphilosophInnen und MetaphysikerInnen umstritten. Etliche Vertreter der Zunft plädieren für das Postulieren von *Propositionen*. Propositionen werden zumeist als abstrakte Gegenstände verstanden, welche den Sinn angemessen kontextualisierter Aussagesätze ausdrücken. Auch werden Propositionen oft zugleich als Träger von Wahrheit und der alethischen Modalitäten, sowie als Inhalte unserer propositionalen Einstellungen verstanden. Allerdings gibt es bekanntermaßen große Unterschiede zwischen den verschiedenen Konzeptionen von Propositionen—etwa ob damit 'Russellsche' Propositionen oder 'Fregesche' Propositionen gemeint sind, oder ob vielleicht Propositionen als Mengen möglicher Welten zu verstehen sind. Andere hingegen scheuen vor derartigen ontologischen Annahmen zurück und argumentieren dafür, dass die weltlicher anmutetenden sprachlichen Audrücke schon von sich aus—sei es in der Form von Inschriften von Sätzen (*tokens*) oder in der Form von Satztypen (Mengen gestaltgleicher Inschriften) möglicherweise unter Hinzunahme des Kontextes—als Wahrheitsträger fungieren.[2] Wir werden innerhalb dieser Debatte Neutralität wahren und somit—auch auf die Gefahr sprachlicher Schwerfälligkeit hin—weiterhin von Wahrheitsträgern sprechen.

Kommen wir aber zurück zu der der logischen Folge wesentlichen Eigenschaft der Notwendigkeit. Es ist die Notwendigkeit mit welcher die Konklusion aus den Prämissen folgt, welche den Begriff der *deduktiven* logischen Folge von anderen Folgebeziehungen unterscheidet. So mag zum Beispiel der Schluss: "Alle bis jetzt beobachteten Schwäne sind weiß. Sammy ist ein Schwan. Daher: Sammy ist weiß" vor der Entdeckung schwarzer Schwäne ein *induktiv* gültiger Schluss gewesen sein, da die Konklusion unter der Voraussetzung der Wahrheit der Prämissen wahrscheinlich ist. Ähnlich verhält es sich mit Schlüssen, die "in aller Regel" oder unter "normalen Umständen" Gültigkeit haben und von nicht-monotonen Logiken behandelt werden, z.B.: "Vögel können in der Regel fliegen. Karl ist ein Vogel. Daher: Karl kann fliegen." Jedoch ist in keinem dieser Fälle die Wahrheit der Prämissen ein Garant, für die Wahrheit der Konklusion: Im ersten Fall ist es möglich, dass Sammy einer jener schwarzen Schwäne ist, die 1697 in Australien zum ersten Mal von Europäern gesichtet worden sind; im zweiten Fall kann es sein, dass Karl z.B. ein Kiwi und somit flugunfähig ist. Eine notwendige Bedingung dafür, dass es sich bei einer Beziehung um die deduktiv logische Folgebeziehung handelt, ist also, dass sie *notwendig wahrheitserhaltend* ist: Die Wahrheit der Prämissen (insofern diese wahr sind) wird notwendiger Weise an die Konklusion übertragen.

Jedoch handelt es sich bei dieser Eigenschaft zwar um eine notwendige Bedingung, nicht aber um eine hinreichende Bedingung für die logische Folgebeziehung. Der Versuch den Begriff der logischen Folge allein mittels der Eigenschaft der notwendigen Wahrheitserhaltung zu definieren erweist sich nämlich rasch als ungenügend:

- A folgt logisch aus Γ genau dann, wenn notwendig gilt, dass, wenn jedes Element Γs wahr ist, A ebenfalls wahr ist.

MetaphysikerInnen deuten derartige alethische Modalaussagen zumeist als Quantifikation über mögliche Welten. In diesem Sinne könnte die Definition wie folgt

[2] Der *Locus Classicus* für eine derartige Haltung ist (Quine 1986).

umformuliert werden:

- A folgt logisch aus Γ genau dann, wenn in jeder möglichen Welt, in der alle Elemente Γs wahr sind, A ebenfalls wahr ist.

Diese Definition ist aber deshalb ungenügend, weil sie gleich mehrere Arten von Gegenbeispielen zulässt. Hier nur zwei Beispiele:

- Die Substanz ist Wasser. Daher: die Substanz ist H_2O.

- Tamar ist meine Tante. Daher: Tamar ist weiblich.

Im ersten Beispiel handelt es sich um eine a posteriori Notwendigkeit (Kripke (1980), Putnam (1975b)). Die meisten Philosophen akzeptieren die Existenz solcher notwendigen a posteriori Wahrheiten und vertreten somit die Auffassung, dass es keine mögliche Welten gibt in denen *Wasser* und H_2O nicht koextensiv sind. Somit ist die Folgerung in der Tat notwendigerweise wahrheitserhaltend, und doch handelt es sich dabei nicht um eine Instanz der *logischen* Folgebeziehung. Zu unserem intuitiven Begriff der logischen Folge gehört, dass es keiner empirischen Untersuchungen bedarf, um zu ermitteln, ob eine gegebene Konklusion aus einer Prämissenmenge folgt, was jedoch im Falle von a posteriori Notwendigkeiten von Nöten ist. Die Definition lässt sich aber nicht dadurch retten, dass wir nur Instanzen zu lassen, in denen sich die Konklusion a priori aus den Prämissen folgern lässt. Dies zeigt sich an unserem zweiten Beispiel. Wer mit der Bedeutung des Wortes 'Tante' vertraut ist, weiß, dass es bereits Teil eben dieser Bedeutung ist, dass Personen, die Tanten sind, weiblich sind. Dieser Schluss ist analytisch und, im Gegensatz zum vorherigen Beispiel, a priori. Trotzdem handelt es sich scheinbar auch bei dem zweiten Beispiel nicht um eine rein logische, sondern vielmehr um eine *analytische* Implikation—eine Folgebeziehung, die auf den Bedeutungen, der in den Wahrheitsträgern vorkommenden *nicht-logischen* sprachlichen Ausdrücke beruht.[3] Die Folgebeziehung zwischen Prämissen und Konklusion ist also analytischer oder semantischer Art, nicht jedoch genuin logischer.

[3] Die Begriffe analytischer und a priorischer Wahrheit wurden bekanntermaßen heftiger Kritik ausgesetzt Putnam (1975a), Quine (1951), Williamson (2007). Allerdings gibt es auch wichtige Fürsprecher, wie z.B. Carnap (1956), Boghossian (1996), Russell (2008).

Es stellt sich also die Frage, worin die Bedingung, welche zusätzlich zu der der notwendigen Wahrheitserhaltung erfüllt sein muss, um zu gewährleisten, dass es sich um eine logische Folgebeziehung handelt, denn eigentlich besteht. Die Antwort lautet, dass die logische Folge sich durch ihre *Formalität* von anderen Folgebeziehungen, wie den eben betrachteten, unterscheidet. Hierin sind sich die meisten PhilosophInnen und LogikerInnen einig. Weitaus weniger Einigkeit besteht darüber, wie man in diesem Zusammenhang 'Formalität' zu verstehen hat. Dieser Frage widmen wir uns im Folgenden.

Die wohl prominenteste Interpretation des Formalitätsgedankens besteht darin, dass allein die *logische Form* der sprachlichen Ausdrücke (oder der Wahrheitsträger) für die logische Implikation verantwortlich sein darf, nicht aber deren übrige semantischen Eigenschaften und auch nicht die metaphysichen Eigenschaften derer Denotate (z.B., dass Wasser notwendigerweise H_2O ist).[4] Dies setzt eine Einteilung sprachlicher Ausdrücke voraus, in solche, die der logischen Form des Wahrheitsträgers wesentlich sind einerseits, und solche, die es nicht sind und somit in der formalen Sprache durch schematische Zeichen repräsentiert werden andererseits. So sind bspw. in dem Syllogismus 'Manche Partikel sind Protonen. Alle Protonen haben positive Ladung. Daher: Manche Partikel haben positive Ladung' die für die logische Form ausschlaggebenden Teile, 'manche' und 'alle'. Wir können die nicht logischen Ausdrücke beliebig durch andere Ausdrücke der selben grammatikalischen Kategorie ersetzen, so z.B.: 'Manche Säugetiere sind Katzen. Alle Katzen sind gute Jäger. Daher: Manche Säugetiere sind gute Jäger' ohne damit die logischen Eigenschaften des Arguments zu beeinträchtigen. Beide Argumente sind Instanzen der selben logischen Form: Manche A sind B. Alle B sind C. Daher: manche A sind C. Sobald wir jedoch bspw. das Vorkommnis von 'manche' in der Konklusion durch 'alle' ersetzen verändern wir die logische Form und wandeln eine gültige Argumentform in eine ungültige um.

Wir können also den Begriff der logischen Folge wie folgt charakterisieren:

[4] PhilosophInnen, welche Propositionen (oder Mengen dergleichen) für die *Relata* logischer Beziehungen halten, würden im Folgenden nicht von den formalen Eigenschaften sprachlicher Ausdrücke sprechen, sondern vielmehr von den korrespondierenden formalen Eigenschaften von Propositionen und ggf. derer Bestandteile sprechen. Der Einfachheit halber werden wir unsere Diskussion auf der Ebene sprachlicher Ausdrücke weiterführen. Dies tut aber der Neutralität unserer Ausführungen keinen Abbruch.

- Eine genuin logische Folgebeziehung muss die folgenden beiden Kriterien erfüllen: Sie muss notwendig wahrheitserhaltend sein, *und* sie muss zudem *ausschließlich* von der logischen Form der Prämissen und der Konklusion (nicht aber von den semantischen Eigenschaften der nicht-logischen Ausdrücke) abhängen.

Diese Charakterisierung wirft jedoch die zentrale Frage auf, ob es eine philosophisch wohl motivierte Unterscheidung zwischen logischen und nicht-logischen Ausdrücken (oder Begriffen) gibt und worin diese bestehen mag. Wir werden uns dieser Frage in §3 ausführlicher beschäftigen. Vorerst müssen wir uns einem weiteren Aspekt des Begriffs der logischen Folge widmen.

Unsere bisherige Untersuchung des Folgebegriffs ließ epistemische Fragen gänzlich außer Acht. Jedoch spielt in vielen Anwendungen der Logik gerade diese epistemische Komponente eine besonders wichtige Rolle. So mag ein bestimmter mathematischer Satz (z.B. Goldbachs Vermutung, dass jede gerade natürliche Zahl größer 2 als Summe zweier Primzahlen dargestellt werden kann) unserer Charakterisierung gemäß eine logische Folge der Axiome einer mathematischen Theorie (z.B. der Peano-Arithmetik) sein. Wir können uns sogar vorstellen, dass ein Orakel, dessen völlige Zuverlässigkeit allgemein anerkannt ist, zertifiziert, dass es sich bei dem Satz in der Tat um eine logische Folge der Axiome handelt. Natürlich erlangen wir einen Großteil unseres Wissens, auch im Bereich der Mathematik, durch das Zeugnis anderer. Doch obwohl es sich bei unserem Orakel um eine bekanntermaßen zuverlässige Quelle handelt, gäbe sich die mathematische Zunft damit nicht zufrieden. Es reicht nicht aus zu wissen, *dass* der Satz logisch aus den Axiomen folgt. Der Satz würde erst dann akzeptiert, wenn ein Beweis dafür erbracht worden wäre: Es müsste zuerst dargelegt werden, dass die Konklusion (zumindest im Prinzip) durch eine lückenlose Kette von Schlüssen von den Axiomen abgeleitet werden kann, mithin müssten die Schlüsse logisch gültig und *nachvollziehbar* sein. Ähnlich verhält es sich auch in alltäglicheren Situationen. Ein Argument kann erst dann seine Überzeugungskraft entfalten, wenn der deduktive Weg, der die Konklusion mit den Prämissen verbindet, klar aufgezeigt wird. Auf diese Art und Weise sind wir also zu einer weiteren, dem Beweisbegriff näheren, Konzeption der logischen Folgebeziehung gelangt. Wir können diese Konzeption wie folgt zusammenfassen:

- A folgt logisch aus Γ genau dann, wenn A von Γ mittels einer lückenlosen Kette legitimer (und sofort einsichtiger) logischer Schritte ableitbar ist.

Bei dieser deduktiven oder beweistheoretischen Konzeption der logischen Folge stellt sich jedoch sofort die Frage nach einem adäquaten Kriterium für die Nachvollziehbarkeit eines logischen Schrittes. Was für die geübte Logikerin nachvollziehbar ist, muss es für den Leihen keineswegs seien. Gibt es also einen objektiven Standard dafür, ob ein logischer Schritt epistemisch basal und somit irreduzibel ist? Eine Antwort auf diese Frage ging aus den ungemein wichtigen Arbeiten Alonzo Churchs, Kurt Gödels, Jacques Herbrands, Emil Posts und Alan Turings und derer Kollegen hervor. In zeitgenössischer Terminologie lässt sich deren Antwort wie folgt zusammenfassen: Das Kriterium dafür, dass ein logischer Schritt in diesem Sinn elementar ist, ist, dass der Schritt im mathematischen Sinn *berechenbar*und somit, laut der Church-Turing Hypothese, *rekursiv* ist. Sehr grob gesprochen ist ein logischer Schritt elementar, wenn man einen einfachen von einem Computerprogramm (im Prinzip) ausführbaren Algorithmus dafür angeben kann. Während jedoch in einem Beweissystem, wie etwa einem System des natürlichen Schließens, jeder Schritt durch eine in diesem Sinne berechenbare Schlussregel legitimiert sein muss, ist der sich aus einem solchen System ergebende beweistheoretische Folgebegriff nicht unbedingt entscheidbar. So ist z. B. die Folgebeziehung der Prädikatenlogik erster Stufe nicht entscheidbar insofern es nicht möglich ist einen Algorithmus anzugeben, welcher für jede Prämissenmenge und jede Formel der Sprache in einer endlichen Zeit bestimmt, ob die Formel eine logische Folge der Prämissenmenge ist oder nicht (dieses Resultat geht auf ein Theorem Churchs aus dem Jahre 1936 zurück). Ein Algorithmus könnte im positiven Fall, wenn die besagte Formel aus der Prämissenmenge folgt, korrekt diagnostizieren, dass es sich um eine logische Konsequenz handelt, im negativen Fall jedoch, würde der Algorithmus bis in alle Ewigkeit nach einem Beweis suchen.

Eine weitere Frage hinsichtlich der beweistheoretischen Konzeption des Folgebegriffs bezieht sich auf die Regeln des Beweissystems. Woher ziehen diese Regeln ihre Legitimität? Sicherlich ist die Wahl unserer Regeln nicht beliebig. Wovon aber hängt deren 'Korrektheit' ab, wenn nicht von der semantischen Gültigkeit der Regeln. Demnach wäre also eine beweistheoretische Folgekonzeption stets sekundär, weil notwendigerweise von einem begrifflich vorrangigen semantischen Begriff der logischen Folge abhängig.

Demgegnüber haben Anhänger der beweistheoretischen Tradition sich auf eine *inferentialistische* Konzeption der Bedeutung der logischen Schlussregeln berufen. Diese Herangehensweise verspricht eine Antwort auf die Frage zu liefern, wie deduktive Schlussregeln eine von dem semantischen Folgebegriff unabhänginge Legitimation erfahren können. Dieser Tradition nach erfreuen sich bestimmte in formalen Systemen repräsentierbare Schlussformen besonderer semantischer oder epistemischer Eigenschaften und ziehen daher ihre Legitimation. So z.B. werden manche Schlussregeln als konstitutiv für die Bedeutungen der logischen Konstanten angesehen; die Regeln legen gewissermaßen die Bedeutungen der Konstanten fest und sind somit wiederum konstitutiv für die Bedeutung und/oder für unser Verständnis eben dieser Ausdrücke Dummett (1991), Gentzen (1934/1969), Prawitz (1965/2006, 1971), Tennant (1987). So ist bspw. die Bedeutung der Konjunktion, $\wedge$, allein durch die Einführungsregel $A, B \vdash A \wedge B$ und durch die Eliminationsregeln $A \wedge B \vdash A$ und $A \wedge B \vdash B$ festgelegt.[5] Die Schlußregeln können somit als Regeln für den logisch korrekten *Gebrauch* der logischen Ausdrücke verstanden werden. Die Einführungsregel gibt an unter welchen Umständen ein Konjunktionssatz typischerweise behauptet werden kann; die Eliminationsregeln geben an, was sich aus derartigen Sätzen folgern läßt. Anderen AutorInnen zufolge gründet sich die Legitimität solcher Schlußregeln nicht auf deren semantischen, sondern auf deren epistemischen Eigenschaften: Den Schlußregeln wird eine besondere epistemische Unmittelbarkeit (Peacocke 1976) zugesprochen, die sie von den übrigen abgeleiteten Regeln unterscheidet.

2.1 Die Tarskische Definition des Folgebegriffs

Bei den bisher von uns untersuchten Folgebegriffen handelt es sich um informale Charakterisierungen, welche mit Sätzen natürlicher Sprachen operieren oder zumindest mit Propositionen, die durch diese Sätze ausgedrückt werden. Demge-

[5]Eine Übersicht über die dieser Herangehensweise zugrunde liegende sprachphilosophische Position kann Murzi and Steinberger (Forthcoming) entnommen werden.

genüber stehen formale Definitionen, wie sie die mathematische Logik hervorgebracht hat, allen voran die äußerst einflussreichen Arbeiten Alfred Tarskis (Tarski 1956) zum logischen Folgebegriff. Wie bereits gesagt sind diese Begriffe definiert für formale Sprachen. Das Vokabular solcher Sprachen besteht aus logischen Zeichen: gewöhnlich den Junktoren ($\wedge$, $\vee$, $\neg$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$), sowie den Quantoren ($\forall$, $\exists$), welche den korrespondierenden natursprachlichen Ausdrücken ('und', 'oder', 'nicht', 'wenn... dann', 'genau dann, wenn', 'alle', 'manche') ungefähr entsprechen sollen. Darüberhinaus enthält das Vokabular deskriptive Zeichen, wodurch singuläre Terme, Prädikate und Funktionen ausgedrückt werden können.

Mittels einer solchen formalen Sprache kann nun der Tarskische modell-theoretische Folgebegriff mathematisch definiert werden. Ein Modell ist eine Struktur $\mathcal{M} =< D, I >$. D ist eine nicht leere Menge und wird 'Gegenstandsbereich' genannt. I ist eine Interpretationsfunktion, welche jedem deskriptiven Zeichen eine Extension zuordnet: singulären Termen werden Objekte aus dem Gegenstandsbereich zugeordnet, n-stelligen Prädikaten werden Mengen von n-Tupeln solcher Objekte zugeordnet, usw. So kann nun die Relation der Erfüllbarkeit zwischen einem Modell $\mathcal{M}$ und einer Formel A definiert werden: A ist erfüllbar in $\mathcal{M}$—wir schreiben dafür $\mathcal{M} \models A$—genau dann, wenn A wahr ist unter dem Modell $\mathcal{M}$. Auf diese Weise gelangen wir zu der gewünschten modell-theoretischen Definition der logischen Folge:

- A folgt logisch aus Γ ($\Gamma \models A$) genau dann, wenn gilt: Wenn $\mathcal{M} \models \gamma$ für alle $\gamma \in \Gamma$, dann $M \models A$.

Anders gesagt, A folgt semantisch oder modell-theoretisch aus Γ wenn (und nur dann wenn) es kein Gegenmodell gibt, das alle Formeln in Γ 'wahr macht', in welchen A jedoch nicht wahr ist.[6]

Tarski wollte mit seiner Definition eine formale Begriffsanalyse unseres intuitiven Folgebegriffs leisten: Seine Definition soll unseren vortheoretischen Begriff so gut es nur geht einfangen und ersetzt diesen durch einen mathematisch präzisen Begriff. Obschon Tarskis Definition in mehrere Generationen von Logikeinführungen

[6]Der Einfachheit halber setze ich hier voraus, dass es sich bei den Formeln um geschlossene Formeln handelt, sodass wir Variablenbelegungen außer Acht lassen dürfen, welche für unsere Belange irrelevant sind.

Eingang gefunden hat, wurde der Erfolg von Tarskis Analyse jedoch von John Etchemendy (1990) von Grund auf in Frage gestellt.

Um Etchemendys Einwand zu verstehen, erinnern wir uns daran, dass die modale Komponente der Notwendigkeit eine wesentliche Komponente unseres intuitiven Folgebegriffs ist. Etchemendy unterscheidet nun zwei Arten von Semantiken, wodurch wir versuchen könnten diese modale Komponente einzufangen: repräsentationale und interpretationale Semantiken. Einer *repräsentationalen* semantischen Theorie nach ist die Notwendigkeit des Folgebegriffs so zu deuten, dass die Bedeutungen der in der Folgebeziehung stehenden Wahrheitsträger fix gehalten werden, jedoch die Art, wie die Welt beschaffen ist, variieren kann. Anders gesagt, Notwendigkeit wird wie in unserer bisherigen Diskussion als Quantifikation über mögliche Welten verstanden: Eine Aussage ist notwendigerweise wahr, wenn sie in allen möglichen Welten wahr ist. Einer *interpretationalen* Theorie nach wird die Beschaffenheit der Welt vorausgesetzt: Die aktuale Welt ist, wie sie ist. Die Variation ergibt sich somit nicht daher, dass wir uns für die Wahrheitswerte bedeutungskonstanter Sätze interessieren, sondern daraus, dass die Bedeutungen der nicht-logischen Ausdrücke (oder Begriffe) variieren dürfen. Wiederum wird die Modalität als Quantifikation gedeutet, diesmal aber als Quantifikation über alle Variationsmöglichkeiten.

Die repräsentationale Herangehensweise hat sich bereits als ungenügend herausgestellt. Laut Etchemendy liefert sie keine Analyse des semantischen Folgebegriffs sondern setzt diesen vielmehr voraus (S.25). Tarskis Analyse ist also auf der Seite der interpretationalen Semantik zu verorten. Dies ist aber den meisten LogikerInnen, die fälschlicherweise davon ausgegangen sind, dass die repräsentationale und die interpretationale Herangehensweise äquivalent sind, Etchemendys Meinung nach entgangen. Dieser Irrtum verleitet viele dazu Tarskis Analyse für adäquat zu halten und zwar deshalb, weil die repräsentationale Semantik zumindest einen Teil unseres vortheoretischen Begriffs auf natürliche Art und Weise einfängt. In Wahrheit strebt aber Tarski eine interpretationale Analyse an, wonach die Notwendigkeit der logischen Folge durch Quantifikation über Modelle gedeutet wird. Etchemendy zufolge schlägt *diese* Analyse jedoch schon auf extensionaler Ebene fehl: Es gibt Argumente, die Tarskis Analyse folgend gültig sind, es aber unseren intuitiven logischen Begriffe zufolge nicht sind, und umgekehrt gibt es

Argumente, die Tarskis Definition nach nicht gültig sind, es aber sein sollten. Ein Beispiel für den ersten Fall ist dies: Man nehme den logischen Satz, dass es höchstens zwei Gegenstände gibt ($\exists x \exists y \forall z z = x \vee z = y$), wenn es in der Welt nur zwei Gegenstände gibt, dann ist dieser Satz Tarskis Definition nach eine logische Wahrheit (da darin keine nicht-logischen Ausdrücke vorkommen, deren Variation ein Gegenbeispiel generieren könnten). Ob ein Satz logisch wahr ist, sollte intuitiv aber nicht davon abhängen, wie die Welt beschaffen ist. Hier noch ein Beispiel für eine Folgerung, die intuitiv gültig zu sein scheint, es Tarskis Analyse nach jedoch nicht ist: Die sogenannte Omega-Regel besagt Folgendes: Aus der Tatsache, dass für eine zahlentheoretische Eigenschaft P gilt, dass$P(0), P(1), \ldots$, folgt dass $\forall x(\mathbb{N}(x) \rightarrow P(x))$. Wenn wir jedoch die Zahlenausdrücke sowohl als auch '$\mathbb{N}$' nicht als logische Konstanten ansehen, erweist sich das korrespondierende Argument als ungültig.[7] Es würde zu weit führen auf die weiteren Beispiele Etchemendys näher einzugehen, wir können aus unserer Diskussion jedoch auch jetzt schon folgendes Fazit ziehen: Man mag Etchemendys Kritik auf verschiedene Weise bewerten, was dabei jedoch unzweifelhaft deutlich wird, ist, dass, ähnlich dem Fall der Church-Turing Hypothese, welche die Äquivalenz des informellen Begriffs einer berechenbaren Funktion mit dem mathematisch exakt definierten Begriff einer rekursiven Funktion (oder mit einem koextensiven Begriff, wie dem einer durch eine Turing-Maschine berechenbaren Funktion) behauptet, Tarskis Analyse keineswegs einer harmlosen Übersetzungen unseres intuitiven Begriffs gleichkommt, sondern vielmehr eine gehaltvolle und damit potenziell streitbare These darstellt.

3 Die Grenzen der Logik

In unserer Diskussion des Folgebegriffs ist uns bereits aufgefallen, dass das der Logik wesentliche Charakteristikum das der Formalität ist. Der Schluss

Anscombe ist Philosophin und schlau. Daher: Anscombe ist schlau.

wird als logischer Schluss angesehen, wohingegen der Schluss

[7] Man könnte natürlich einfach dafür plädieren die Zahlenausdrücke als logische Konstanten zu behandeln. Dies jedoch hätte seinerseits scheinbar kontraintuitive Konsequenzen: z.B. wäre der Satz: $\exists x \exists y\ (\mathbb{N}(x) \wedge \mathbb{N}(y) \wedge x \neq y)$ (grob: es existieren mindestens zwei unterschiedliche natürliche Zahlen) eine logische Wahrheit.

Anscombe ist eine Tante. Daher: Anscombe ist weiblich.

nicht als logisch durchgeht und das obwohl auch dieser zweite Schluss notwendig wahrheitserhaltend, a priori und analytisch ist. Der entscheidende Unterschied besteht also darin, dass der erste Schluss allein von der logischen Form der Wahrheitsträger abhängt und nicht, wie im zweiten Fall, von den semantischen Eigenschaften der nicht-logischen Ausdrücke oder Begriffe. Was aber unterscheidet nun die logischen Ausdrücke oder Begriffe, welche konstitutiv für die logische Form sind, von den nicht-logischen Ausdrücken? Selbstverständlich gibt es in einschlägigen Fällen weitestgehende Übereinstimmung darüber, dass z.B. die Zeichen für die Konjunktion, Disjunktion, Negation, Implikation und die Quantoren logische Konstanten sind, wohingegen die Ausdrücke 'Tante', 'Anscombe', 'schlauer als', usw. keine sind. Wie aber verhält es sich in den umstritteneren Fällen, wo man sich auf keinen derartigen Konsens stützen kann? Ist das Identitätszeichen zu den logischen Konstanten zu zählen oder nicht? Wie steht es mit dem Wahrheitsprädikat oder modalen Operatoren? Und wie mit Quantoren zweiter Stufe oder dem Epsilon der mengentheoretischen Elementbeziehung? Diese Fälle zeigen, dass es eines klaren Kriteriums bedarf, welches es uns erlaubt logische Ausdrücke von nicht-logischen abzusondern. Jedoch ist kein Kriterium, sei es auch noch so mathematisch elegant und präzise, ausreichend, so lange es philosophisch unzureichend begründet ist.

Ein Versuch eine derartige Begründung zu liefern, bedient sich des Merkmals der Universalität als dem distinguierenden Merkmal der Logik. Während andere Disziplinen, wie die Geologie, die Biochemie oder die Physik, alle ihnen eigene relativ klar eingegrenzte Anwendungsgebiete haben, scheint es der Logik wesentlich zu sein, dass ihr Anwendungsgebiet ganz und gar uneingeschränkt ist—ganz gleich worüber nachgedacht oder debattiert wird, die Gesetze der Logik haben überall ihre Gültigkeit. Diese charakteristische universale Anwendbarkeit der Logik wird oft durch ihre 'Gegenstandsneutralität' (*topic neutrality*) erklärt. Die Logik ist deshalb ohne Einschränkung auf jede Domaine anwendbar, weil ihre Gesetze keine Unterscheidung zwischen verschiedenen Gegenständen machen. Für sich genommen ist der Begriff der Gegenstandsneutralität jedoch nicht sonderlich hilfreich, wenn es darum geht die logischen Begriffe einzugrenzen. Um eine derartige Grenzziehung auf diesem Begriff zu begründen, muss dieser zunächst näher bestimmt werden. Es gibt mehrere einflussreiche Versuche die Idee der Gegenstandsneutralität auszubuchstabieren (siehe MacFarlane (2000, 2015)). Wir konzentrieren uns hier lediglich auf den vielleicht wichtigsten derartigen Versuch.

3.1 Invarianz unter Permutationen

Die Idee ist also logische Ausdrücke dadurch zu definieren, dass sie in keiner Weise zwischen verschiedenen Gegenständen unterscheiden. Nehmen wir bspw. das Prädikat 'Hund'. Offensichtlich ist das Prädikat nicht in gleicher Weise auf alle Gegenstände anwendbar: 'Hund' ist richtig anwendbar auf meinen Hund Humphrey aber nicht auf meinen rechten Schuh oder den Eiffelturm. Im Fall des Quantors 'alle Hunde' verhält es sich ähnlich: Ob alle Hunde braun sind hängt in Teilen von der Fellfarbe Humphreys ab, nicht aber von der Beschaffenheit des Eiffelturms. Anders verhält es sich mit dem Prädikat 'Ding' und dem Quantor 'alle'. Beide Begriffe sind gewissermassen "indifferent" zwischen verschiedenen Objekten: 'ist ein Ding' ist auf alle Gegenstände in gleicher Weise anwendbar, so wie All-Aussagen von allen Gegenständen abhängig sind. Genau diese Indifferenz gegenüber der Beschaffenheit verschiedender Gegenstände macht die Gegenstandsneutralität dieser Ausdrücke und Begriffe aus.

Was dieser Idee einen besonderen Charme verleiht, ist, dass sie mit mathematischen Mitteln ausgedrückt werden kann. Invarianzkriterien können mittels verschiedener gut verstandener mathematischer Begriffe ausgrückt werden, wie z.B. mittels des Begriffes einer Permutation. Eine Permutation ist schlicht eine injektive Funktion. (Eine Funktion ist injektiv, wenn keinen zwei Elementen dasselbe Element im Wertebereich zugeordnet wird.) Des Weiteren ordnet eine Permutation jedem Element einer Menge ein weiteres (möglicherweise dasselbe) Element eben dieser Menge zu. So ist z.B. die Funktion p:

- $1 \to 3$
- $2 \to 1$
- $3 \to 2$

eine Permutation der Menge $G = \{1, 2, 3\}$.

Der Begriff der Invarianz kann nun also präziser gefasst werden: Die Extension eines Prädikats ist invariant unter einer Permutation über dem Gegenstandsbereich genau dann, wenn das Ersetzen jedes Elements der Menge durch den ihm durch die Permutation zugeordneten Gegenstands wiederum die gleiche Menge ergibt.[8] In anderen Worten, wenn F ein Prädikat ist, $Ext(F)$ dessen Extension und π eine Permutation, dann ist $\{\pi(a); a \in \mathrm{Ext}(F)\} = Ext(F)$. So ist zum Beispiel die Extension des Prädikats 'natürliche Zahl' invariant unter der Permutation p (relativ zu unserem Gegenstandsbereich G). Die Extension des Prädikats 'gerade Zahl' ($\{2\}$) ist jedoch nicht invariant, da $p(2) = 1$ nicht in die Extension fällt. Ferner kann der Begriff der Invarianz unter Permutationen auf analoge Weise allgemein für die gesamte typentheoretische Hierarchie definiert werden (Objekte, Mengen von Objekten, Mengen von Mengen von Objekten, usw.) Das Logizitätskriterium der Invarianz kann dann auf Ausdrücke angewendet werden, indem, wie in unseren Beispiel, die Invarianz derer Extensionen untersucht wird (z.B. Mengen geordnerter n-Tupel im Falle der Extensionen n-stelliger Prädikate, Mengen von Mengen von Objekten im Falle der Extensionen ein-stufiger Quantoren, usw.). Die Definition kann dann auf Quantoren und logische Konnektoren ausgedehnt werden (siehe Bonnay (2008) und McGee (1996)). So kann z.B. der Existenzquantor '$\exists$' durch die Funktion $f_\exists : \mathcal{P}(G) \to \{W, F\}$ repräsentiert werden, wo $\mathcal{P}(G)$ die Potenzmenge des Gegenstandsbereich ist und $\{W, F\}$ die Menge der Wahrheitswerte, sodass $f_\exists(A) = W$ genau dann, wenn $A \neq \emptyset$ and $A \subseteq G$. Der Existenzquantor genügt dem Logizitätskriterium wenn $\exists$ invariant unter allen Permutationen des Gegenstandsbereich ist, d.h. wenn gilt, dass für alle Permutationen π über G und alle $A \subseteq G$: $f_\exists(A) = f_\exists(\pi(A))$, wo $\pi(A) = \{b; \exists a \in A \text{ sodass } \pi(a) = b\}$. Diese Bedingung ist aber offensichtlich erfüllt.

Neben dem Existenzquantor erfüllen auch die übrigen üblichen logischen Operatoren das Invarianzkriterium. Umgekehrt hat McGee (1996) gezeigt, dass alle invarianten Operatoren durch intuitiv logische Operatoren und Kombinationen solcher Operatoren definiert werden (Identität, Substitutionen von Variablen, endliche und unendliche Konjunktionen und Disjunktionen, Negation, und existentielle

[8]Die Idee geht zurück auf Felix Kleins "Erlanger Programm". Siehe Mautner (1946), Tarski (1986) und Sher (1991), sowie Bonnay (2008) und MacFarlane (2015) für einen Überblick.

(endliche oder unendliche Quantifikation). Allerdings ergibt sich ein "Übergenerationsproblem": Das Kriterium wird auch von Operatoren erfüllt, deren intuitiver Logizitätsstatus bestenfalls unklar ist.[9] McGee gibt hierfür das amüsante Beispiel der "Wombat-Disjunktion", einem Operator, der sich wie die herkömmliche Disjunktion benimmt solange der Gegenstandsbereich Wombats enthält, welcher sich ansonsten aber wie die herkömmliche Konjunktion verhält. Die Definition des Invarianzkriteriums gesteht der Wombat-Disjunktion den Status einer logischen Konstante zu, was—Wombats in allen Ehren—problematisch ist. Sowohl McGee (1996) als auch Sher (2003) warteten mit Vorschlägen auf, wie die Definition derartige Probleme vermeiden könnte. Aber damit ist es nicht getan. Der Definition gemäß gelten auch Quantoren, wie etwa 'es gibt unendliche viele' ($f_{\exists\infty}(A) = T$ genau dann, wenn, $|A| \geq \aleph_0$, d.h. wenn die Mächtigkeit As mindestens der kleinsten unendlichen Kardinalzahl entspricht). Feferman (1999, 2010) hat allerdings gezeigt, dass eine Logik erster Stufe, der man einen derartigen Unendlichkeitsquantor hinzufügt, die selbe expressive Kraft besitzt, wie die volle Logik zweiter Stufe. Viele Philosophen sind aber der Überzeugung, dass höher stufige Logik den Titel "Logik" nicht verdient. Quine (1986) sieht darin eine Verletzung des Neutralitätsgedankens insofern als die Logik zweiter Stufe über Eigenschaften quantifiziert. Werden diese Eigenschaften aber extensional verstanden, haben wir es schlicht mit Mengen zu tun, und die Logik zweiter Stufe ist in Wirklichkeit eine "Mengentheorie im Schafspelz" (*"set theory in sheep's clothing"*) mitsamt all der enormen ontologischen Verpflichtungen (dem mengentheoretischen Universum), die damit einhergehen. Logik—so die anscheinend dahinter stehende Idee—muss aber, um als reine Logik zu gelten, frei von ontologischen Annahmen sein. Wenn aber dieses Desideratum direkt in die Definition der Logik im eigentlichen Sinne eingebaut werden soll, wie Quine zu meinen scheint, dann wären die logizistischen Programme Freges, Russells und anderer eine begriffliche Unmöglichkeit. Mathematische Wahrheiten könnten unmöglich auf logische Wahrheiten zurückführbar sein, genauso wenig wie mathematische Begriffe auf logische, da sich die Logik somit die ontologischen Verpflichtungen der entsprechenden Teile der Mathematik (z.B. Zahlen, Funktionen, Mengen, usw.) einhandeln würde, was jedoch bedeuten würde, dass es

[9] Dutilh-Novaes argumentiert, dass der Invarianzansatz im Gegenteil an einem "Untergenerationsproblem" leidet Dutilh-Novaes (2014)

sich dabei gar nicht erst um Logik handeln kann. Man mag aber der Meinung sein, dass die These des Logizismus—sei sie denn auch falsch—zumindest eine sinnvolle sei. Völlige ontologische Neutralität kann also nicht eine Bedingung für Logizität sein, zumal schon die Prädikatenlogik erster Stufe mit Identität voraussetzt, dass der Gegenstandsbereich nicht leer ist: die Formel $\exists x\, x = x$ ist eine logische Wahrheit, was jedoch einer ontologischen Verpflichtung—wenn auch einer minimalen—gleichkommt. Auch scheint die ablehnende Haltung gegenüber der Logik zweiter Stufe oft der Idee zu entspringen, dass eine Theorie, die sich mit Fug und Recht Logik nennt, axiomatisierbar sein muss. Dies gilt allerdings nicht für die Logik zweiter Stufe—ein Resultat, welches aus Gödels zweitem Unvollständigkeitssatz folgt.

Letztendlich ist also nicht klar, dass der Versuch mittels des Begriffs der Gegenstandsneutralität verstanden als Invarianzkriterium im Stande ist unseren Intuitionen hinsichtlich darauf genüge tut, welche Ausdrücke als logisch zu gelten haben und welche nicht. Sicherlich ist zu erwarten, dass ein solches Kriterium auch dazu führen kann, dass wir manche unserer Intuitionen der vereinenden Kraft des Kriteriums unterordnen, um somit ein Überlegungsgleichgewicht zu finden. Jedoch sind nicht wenige PhilosophInnen der Ansicht, dass der Preis eines solchen Überlegungsgleichgewichts zu hoch ist.

4 Logischer Pluralismus

Wir haben bis jetzt fast ausschließlich von *der* Logik gesprochen, als gebe es eben nur die eine wahre Logik. Jedoch hat die Forschung eine enorme Anzahl verschiedener logischer Systeme generiert. So, um nur einige zu nennen, die intuitionistische Logik, welche bestimmte klassisch gültige Prinzipien, wie den Satz vom ausgeschlossenen Dritten ($A \vee \neg A$) ablehnt; oder parakonsiste Logiken, die das Prinzip *Ex Contradictione Quodlibet*(aus einer inkonsistenten Formelmenge Γ folgt jede beliebige Formel A) zurückweisen, und unter diesen sogenannte dialethische Logiken, die bestimmte Kontradiktionen (so z.B. im Fall der semantischen Paradoxien, wie der Lügnerparadoxie) als wahr anerkennen. Angesichts dieser beeindruckenden Vielzahl von Logiken kann man sich die Frage stellen, welche davon Anspruch erheben darf die einzig "wahre", "korrekte" oder "legitime" Logik zu sein. Dies setzt jedoch die Wahrheit der Position des "logischen Monismus" voraus. Diese Annahme ist jedoch von einer Vielzahl von PhilosophInnen und LogikerInnen in Frage gestellt worden. Die KritikerInnen, die "logischen PluralistInnen", sind der Auffassung, dass mehrere logische Systeme gleichermaßen "korrekt" oder "legitim" sein können. Um die Debatte zwischen Monismus und Pluralismus richtig zu verstehen, ist es notwendig sie zunächst ins rechte Licht zu rücken.

Es gibt mindestens eine Form logischen Pluralismus, die offenkundig wahr, dafür aber auch bar jeden Interesses ist. Insofern wir nämlich "korrekt" oder "legitim" einfach im Sinne von "hat eine Anwendung" oder von "ist ein legitimes Objekt mathematischer Untersuchungen" verstehen, so würde niemand—auch die störrischsten Monisten nicht—bestreiten, dass es mehr als eine Logik gibt, die in diesem minimalen Sinne legitim ist. Selbstverständlich ist nichts daran auszusetzen, logische Systeme auf ihre mathematischen Eigenschaften und nützlichen Anwendungen hin zu untersuchen: Klassische Aussagenlogik eignet sich dafür, Schaltkreise zu modellieren, das sogenannte Lambek-Kalkül, eine sogenannte substrukturale Logik, erlaubt es gewisse Eigenschaften von Phrasenstrukturgrammatiken zu repräsentieren, usw. Pluralismus in diesem abgeschwächten Sinn ist also sicherlich nicht kontrovers.

Wenn also Monisten proklamieren, dass es nur eine einzige korrekte Logik gibt, in welchem Sinne ist hier 'korrekt' zu verstehen? Wie Graham Priest (2006, S. 196) betont, ist die These des logischen Monismus als die Behauptung zu verstehen, dass es nur eine einzige korrekte Logik geben kann, wenn es um eine ganz bestimmte, *privilegierte* Anwendung der Logik geht, nämlich, in Priests Worten, um die "kanonische" Anwendung. Die kanonische Anwendung der Logik ist der Frage verpflichtet 'was aus was folgt—welche Prämissen welche Konklusionen stützen—und warum dem so ist' (idem; siehe auch Cook (2010)). Dies also ist nach Priest die Kernfunktion der Logik, und die eigentliche Frage in der Debatte zwischen Monisten und Pluralisten, besteht darin, ob diese Kernfunktion von nur einer Logik oder mehreren Logiken zugleich erfüllt werden kann.

Nehmen wir ein konkretes Beispiel. Intuitionisten betrachten die Schlussregel $\neg\neg A \models A$ als ungültig. Innerhalb der klassischen Logik jedoch ist sie selbstverständlich gültig. Scheinbar haben wir es mit einer handfesten Meinungsverschiedenheit bezüglich der Gültigkeit der Schlussregel zu tun. AnhängerInnen des logischen

Pluralismus sind jedoch der Auffassung, dass beide Parteien gleichermaßen recht haben können. Wie aber soll dies möglich sein?

Als ein früher Vertreter des logischen Pluralismus kann Rudolf Carnap betrachtet werden. Wenn es um logische Systeme geht, stellt sich laut Carnap die Frage der Wahrheit oder Richtigkeit erst gar nicht. Derartige theoretische oder 'interne' Fragen—solche, für die es sinnvollerweise eine wahre oder eine falsche Antwort geben kann—können erst innerhalb einer vorgegeben Sprachform, welche ihre eigenen logischen Regeln und ihre eigenen Kriterien des Richtigseins in sich trägt, sinnvoll gestellt werden. Aber da Carnap die Logik als durch die Sprachform mitbestimmt sieht, ist die Frage, welche die "richtige" Logik ist, ja gerade die Frage, welche Sprachform man angesichts seiner theoretischen Ziele wählen soll. Vielmehr handelt es sich dabei um eine 'externe' Frage. In Ermangelung einer Sprachform und somit jedweder Prinzipien, die es uns erlauben würden potenzielle Antworten logisch oder empirisch zu stützen, müssen derartige Fragen als rein pragmatisch verstanden werden: Die Wahl einer Sprachform ist nie richtig oder falsch, sondern immer nur mehr oder weniger zielführend hinsichtlich der von uns verfolgten theoretischen Ziele. Carnaps pluralistischer Ansatz hat bekanntermaßen in seinem Toleranzprinzip Ausdruck gefunden:

> In der Logik gibt es keine Moral. Jeder mag seine Logik, d.h. seine Sprachform, aufbauen wie er will. Nur muß er, wenn er mit uns diskutieren will, deutlich angeben, wie er es machen will, syntaktische Bestimmungen geben anstatt philosophischer Erörterungen Carnap (1937, §17)

Unser Beispiel der Debatte zwischen klassischen und intuitionistischen LogikerInnen ist also für Carnap schlicht ein schaler Pseudokonflikt. Intuitionistische Methoden sind für manche Anwendungen insbesondere in der konstruktiven Mathematik zielführender; die liberalere klassische Logik eröffnet uns andere Möglichkeiten, die in uns vielen Bereichen der reinen und der angewandten Mathematik das Leben erleichtert. Die Entscheidung, welche dieser Logiken den Vorzug erhalten soll, hängt also von ihrer intendierten Anwendung ab und muß laut Carnap ausschließlich auf der Grundlage pragmatischer Erwägungen getroffen werden. Es wäre illusorisch anzunehmen, dass eine der beiden Logiken in einem übergreifenden Sinne Anspruch darauf erheben könnte, als die wahre oder auch nur als die bessere Logik zu gelten. Laut Carnap führen derartige Pseudoprobleme nicht nur zu aussichtslosen Debatten, sondern stehen auch der logischen Innovation im Wege.

Ein potenzielles Problem für Carnaps Toleranzprinzip ist die mit diesem verbundene Annahme, dass logische Wahrheiten, wie zum Beispiel der Satz 'Schnee ist weiß oder Schnee ist nicht weiß' nur aufgrund unserer linguistischen Konventionen wahr ist. Paul Boghossian hält dies für wenig glaubhaft:

> Sollen wir uns wirklich vorstellen, dass es nicht schon der Fall war, dass Schnee weiß oder Schnee nicht weiß ist bevor wir die Bedeutung des Satzes 'Schnee ist weiß oder Schnee ist nicht weiß' stipuliert haben? Ist es nicht vollends offensichtlich, dass diese Behauptung schon vor einem solchen Akt des Bedeutens wahr ist und dass sie wahr gewesen wäre auch wenn niemand daran gedacht hätte oder entschieden hätte sie durch einen Satz auszudrücken? (Boghossian 1996).

Höchstwahrscheinlich hätte sich Carnap aber von Boghossians Einwand nicht beeindrucken lassen. Carnap betrachtete mathematische-logische Sätze als 'analytisch' und somit ohne 'rechten Inhalt' (Carnap 1937, S. xiv). Carnaps Konventionalismus ist jedoch über die Jahre weiterer Kritik ausgesetzt gewesen (Boghossian (1996), Quine (1951), Sober (2000),Yablo (1992)). In gewisser Weise, wie Gillian Russell bemerkt, ist es fraglich, ob Carnap wirklich als logischer Pluralist gelten kann: Letztendlich vertritt er nicht die Auffassung, dass es mehr als nur eine korrekte Logik geben kann, sonder vielmehr, dass man die Frage nach der Korrektheit gar nicht erst sinnvoll stellen kann (siehe Russell (2014) sowie Cook (2010, S. 498)).

Eine rezente einflussreiche Antwort wurde auf die Frage, wie es möglich sein soll, dass beide Streitparteien in unserem Beispiel recht behalten können, auch wenn sie Anhänger verschiedener Logiken sind, wurde von J.C. Beall und Greg Restall vorgelegt (Beall and Restall 2006). Laut Beall und Restall ist das Wort 'gültig' (wie auch 'logische Folge') mehrdeutig. Zwar gibt es eine Kernbedeutung, doch diese kann auf verschiedenartige Weise präzisiert werden. Beall und Restall charakterisieren die Kernbedeutung wie folgt:

Verallgemeinerte Tarskische These: Ein Argument ist gültig$_x$ genau dann, wenn in jedem Fall$_x$ in dem die Prämissen wahr sind, auch die Konklusion wahr ist.

Die scheinbare Meinungsverschiedenheit zwischen der klassischen und der intuitionistischen LogikerIn ist also nach Beall und Restall darauf zurück zu führen, dass beide Parteien 'Fall' verschiedene Bedeutungen zuschreiben; sie geben dem x also gewissermaßen unterschiedliche Werte. Die klassische LogikerIn interpretiert 'Fall' als Tarskisches Modell, d.h. 'Modell$_K$' ('K' steht hier für 'klassisch') ist mit 'Modell' gleichzusetzen, sodass die relevante Instanz der verallgemeinerten Tarskischen These, wie folgt aussieht (Beall and Restall 2006, S. 29):

> **Klassische Tarskische These:** Ein Argument ist gültig$_K$ genau dann, wenn in jedem Modell$_K$, in dem die Prämissen wahr sind, auch die Konklusion wahr ist,

Der Intuitionismus hingegen weist die realistische Vorstellung zurück, wonach mathematische Objekte (Zahlen, Funktionen, Mengen, Gruppen, etc.) eine von unserem Denken und Schaffen unabhängige objektive Existenz fristen und somit im eigentlich Sinne *entdeckt* werden. Vielmehr sind mathematische Objekte *Konstruktionen.* Demnach sind auch mathematische Sätze nicht unbedingt wahr oder falsch dadurch, dass sie eine objektive mathematische Realität richtig oder falsch abbilden. Insbesondere sind Instanzen der Form $A \vee \neg A$ keine logischen Wahrheiten, da es ja sein könnte, dass es weder eine A korrespondierende Konstruktion gibt—d.h. einen konstruktiven Beweis für A—noch eine $\neg A$ korrespondierende Konstruktion gibt—d.h. ein Beweis für As Unbeweisbarkeit. Dementsprechend interpretiert die intuitionistische LogikerIn nach Beall und Restall 'Fall' innerhalb der generischen Definition nicht als Modell sondern als Abschnitt ('*stage*'), wobei ein Abschnitt eine Etappe einer Konstruktion oder eines konstruktiven Beweises ist. Derartige Abschnitte sind möglicherweise unvollständig insofern, als dass es Sätze, A, geben kann, sodass weder A noch dessen Negation in dem Abschnitt beweisbar ist. Abschnitte sind erweiterbar: ein Abschnitt a kann durch einen weiteren a' erweitert werden. Dabei gilt: $a \sqsubset a'$, d.h. die Formeln, die in a beweisbar sind eine Teilmenge der in a' beweisbaren Formeln. Somit sind Abschnitte durch $\sqsubset$ halb geordnet (d.h. $\sqsubset$ ist eine reflexive, transitive und anti-symmetrische binäre

Relation). Hieraus geht hervor, dass $\sqsubset$ in Bezug auf Beweisbarkeit monoton ist: Wenn A in a beweisbar ist, $a \Vdash A$ und $a \sqsubset a'$, dann gilt auch $a' \Vdash A$.

Mit Hilfe dieser Interpretation der verallgemeinerten Tarskischen These—welche letztendlich eine Version der Kripke-Semantik ist—ist es möglich einer der intuitionistischen Logik gemäße Definition der logischen Folge zu leisten. Insbesondere die semantisch von ihren klassischen Pendants abweichenden logischen Konstanten Negation und Implikation können innerhalb dieses Rahmens adäquat eingefangen werden:

- $a \Vdash \neg A$ genau dann, wenn für alle a' sodass $a \sqsubset a'$ gilt, dass $a' \nVdash A$.
- $a \Vdash A \to B$ genau dann, wenn für alle a' sodass $a \sqsubset a'$ gilt, dass wenn $a' \Vdash A$, dann $a' \Vdash B$.

Mit vergleichbaren Umdeutungen der verallgemeinerten Tarskischen These versuchen Beall und Restall auch zu zeigen, wie andere Logiken, wie etwa die Relevanzlogik, ebenfalls Variationen desselben Kernbegriffs der logischen Folge sind. Neben der Anforderung, dass eine Logik einer Instanz des allgemeinen Schemas entsprechen muss, formulieren Beall und Restall drei weitere Kriterien: Notwendigkeit, Normativität und Formalität. Die Konklusion eines gültigen Arguments folgt mit Notwendigkeit aus den Prämissen. Eine Folgebeziehung muss normativ bindend sein, insofern als dass jemand, der die Prämissen eines gültigen Arguments akzeptiert, die Konklusion aber zurückweist, sich, in einer nicht näher bestimmten Weise, etwas zu Schulden kommen lässt. Desweiteren darf die Gültigkeit eines Arguments, wie wir bereits in §2 gesehen haben, allein von der logischen Form nicht aber vom semantischen Gehalt der Wahrheitsträger abhängen. Zuletzt müssen Logiken mit Folgebeziehungen versehen sein, die bestimmte Eigenschaften haben: Reflexivität und Transitivität. Jedes logische System, dass diese Anforderungen erfüllt, verdient es Logik genannt zu werden, und es gibt, jenseits rein praktischer Beweggründe, keine Grundlage dafür irgendeines dieser Systeme als allein 'korrekt', 'wahr' oder 'legitim' zu bezeichnen.

Aus den eben genannten Kriterien geht hervor, dass während Beall und Restall neben den erwähnten Logiken noch weiteren Systemen Legitimität zugestehen (z.B. parakonsistente Logiken, Freie Logiken, Prädikatenlogik zweiter Stufe), offenkundig *nicht jede* Logik unserer losen Definition in §2 nach, auch für Beall und

Restall als legitime Logik gilt. So ist z.B. Neil Tennants intuitionistische Relevanzlogik (Tennant 1987, 1997) für sie keine akzeptable Logik, da die Folgebeziehung in Tennants Logik nicht transitiv ist. Gleiches gilt für andere Systeme deren Folgebeziehung nicht reflexiv oder transitiv ist. Es ist unklar, welche philosophisch Begründung dafür gegeben werden kann, dass die traditionelle Tarskische Eigenschaft der Monotonie ($\Gamma \models A \Rightarrow \Gamma \cup \Delta \models A$) keine notwendige Bedingung darstellt, Transitivität und Reflexivität jedoch schon. Beall und Restall erwidern, dass nicht-reflexive und nicht-transitive Systeme bestenfalls eine Familienähnlichkeit mit eigentlichen Logiken verbindet (S. 91). Dies beantwortet jedoch nicht die Frage, weshalb die von Beall und Restall favorisierten Kriterien eine notwendige Bedingung für den Ehrentitel 'Logik' darstellen soll.[10] Dieses Problem wird noch dringlicher, wenn man beachtet, dass die vermeintlich willkürlichen Kriterien Bealls und Restalls notwendig sind um gewisse problematische Beispiele zu umgehen. Stephen Read (2006) stellt ein solches Beispiel vor. In der sogenannten abelischen Logik (AL) ist $\vdash_{AL} ((A \to B) \to B) \to A$ logisch wahr, in der klassischen Logik jedoch nicht. Wenn A falsch, B aber wahr ist, haben wir ein klassisches Gegenbeispiel. Es gilt also $\neg A, B \vdash_K \neg(((A \to B) \to B) \to A)$ und gleichzeitig $\neg A, B \vdash_{AL} ((A \to B) \to B) \to A$. Nehmen wir an, dass A und B in der Tat falsch, bzw. wahr sind. Da die klassische Logik korrekt ist, muss $((A \to B) \to B) \to A$ falsch sein. Wenn die abelische Logik aber eine legitime Logik wäre, so müssten auch ihre Argumente als gültig und somit wahrheitserhaltend angesehen werden. $((A \to B) \to B) \to A$ müsste demnach wahr sein. Beall und Restall sind aber erklärtermaßen keine Relativisten, wenn es um den Wahrheitsbegriff selbst geht. Somit würde sich der logische Pluralist in der Zwickmühle befinden. Dass dem nicht so sein soll, hängt einzig und alleine davon ab, dass Bealls und Restalls Kriterien die abelische Logik ausschließen, was jedoch wie gesagt einer philosophischen Grundlage ermangelt.

[10] Für eine vollständigere Kritik der Annahme Bealls und Restalls, dass die Verallgemeinerte Tarskische These einen konsensfähigen Kernbegriff ('*settled core*') der logischen Folge einfängt, siehe (Griffiths 2013).

5 Normativität der Logik

Wenden wir uns nun der letzten Fragestellung zu. Die Logik, so liest man in den meisten Lehrbüchern, hat in unserem Denken eine normative Funktion. Schon Kant spricht von der Logik als den 'Gesetzen des richtigen Gebrauchs' des Verstandes Kant (1800/1974), und Frege von den logischen Gesetzen als 'Richtschnuren für das Denken' Frege (1893/1903/2009). Die Idee, dass der Logik normative Autorität für unser Denken und Schließen zukommt, scheint auch fest in unseren alltäglichen Beurteilungen unserer eigenen Denkleistungen und der unserer Mitmenschen verankert. So kritisieren wir einander bspw. wenn wir (offensichtliche) logische Konsequenzen unserer Überzeugungen nicht berücksichtigen. In ähnlicher Weise erachten wir im Allgemeinen inkonsistente Überzeugungssysteme als problematisch und revisionsbedürftig. Die Schwierigkeit besteht darin einen allgemeingültigen Zusammenhang zwischen logischen Prinzipien und den Normen zu formulieren, wie wir unsere Überzeugungen formen, ordnen und ggf. revidieren.

Gilbert Harman ging soweit, die Existenz eines solchen Zusammenhangs grundsätzlich in Frage zu stellen. Seiner Ansicht nach gibt es zumindest keine offensichtliche systematische Beziehung zwischen den Gesetzen der Logik einerseits, und den Normen des Denkens andererseits (Harman 1984, 1986). Die Idee, dass die Logik eine normative Rolle unserem Denken gegenüber einnimmt, entspringt laut Harman einem fundamentalen Irrtum, der darin besteht zwei grundverschiedene theoretische Vorhaben zu vereinen oder zumindest nicht hinreichend zu unterscheiden: das eine Vorhaben ist die Formulierung einer deduktiven Logik; das andere Projekt die Formulierung, dessen was Harman "Theorie des Schließens" ("a theory of reasoning") nennt. Die Logik befasst sich mit bestimmten Folgebeziehungen zwischen abstrakten Gegenständen, Propositionen und Argumenten. Eine Theorie des Schließens im Sinne Harmans hingegen hat das Ziel eine normative Theorie aufzustellen, welche Regeln und Maximen vorgibt, die von realen Denkern befolgt werden können, und die uns aufzeigen, wie wir unsere Überzeugungen zu formen und zu revidieren haben. Diese beiden theoretischen Vorhaben unterscheiden sich gravierend ihrem Inhalt nach. An und für sich hat die Logik nichts mit mentalen Zuständen und Akten, wie Überzeugungen und Schlüssen zu tun. Demgegenüber befasst sich eine Theorie des Schließens mit eben diesen psychologischen

Einstellungen und Vorgängen. Die traditionelle Terminologie, wonach die Logik "Schlussregeln" aufstellt, ist daher Harman nach schlichtweg ein Kategorienfehler, welcher in ebendieser Verwechslung wurzelt: Die Logik beschäftigt sich mit deduktiven Beziehungen, was diese Beziehungen mit Schlüssen zu tun haben, ist bestenfalls ungeklärt.

Nichtsdestoweniger liegt die Vermutung nahe, dass selbst wenn wir Harman Recht geben und somit anerkennen, dass die beiden theoretischen Vorhaben—das der Logik und jenes einer Theorie des Schliessens—grundverschieden sind, es trotzdem systematische Zusammenhänge zwischen den beiden zu geben scheint. Ein einfacher (vielleicht zu einfacher) Ansatz könnte der folgende sein: Die theoretische Rationalität zielt darauf ab die Realität korrekt abzubilden. Wir bilden die Realität korrekt ab indem wir zu wahren Überzeugungen gelangen und falsche meiden. Überzeugungen haben Propositionen als ihren Inhalt und diese Propositionen stehen in logischen Beziehungen zueinander. Daher tun wir scheinbar in der Tat gut daran jene logischen Beziehungen und Eigenschaften angemessen zu berücksichtigen. So ist die logische Folge einer wahren Überzeugung ihrerseits eine wahre Proposition. Umgekehrt kann ich daraus, dass eine falsche Proposition aus meiner Überzeugung folgt, sofort schließen, dass auch meine Überzeugung nicht der Wahrheit entsprechen kann. In ähnlicher Weise ist der Tatsache, dass mein Überzeugungssystem inkonsistent ist, zu entnehmen, dass nicht alle meiner Überzeugungen wahr sein können. Die Schlüsselbegriffe für unseren ersten Versuch eine systematische Beziehung zwischen Logik und Theorie des Schliessens herzustellen, sind also offenbar die Begriffe der logischen Folge und der Konsistenz. Mittels dieser Begriffe wollen wir nun versuchen generelle Prinzipien zu formulieren, welche deren normative Relevanz für das Schließen zum Ausdruck bringen. Ein erster—wenn auch, wie wir sehen werden, nicht sonderlich viel versprechender—Versuch besteht aus folgenden Prinzipien, die Gültigkeit für alle Subjekte S reklamieren:

- (LF) Wenn $A_1, \ldots, A_n \models B$ und das Subjekt, S, ist überzeugt das $A_1, \ldots, A_n$, dann soll S die Überzeugung B haben.

- (KON) (Die Inhalte von) Ss Überzeugungen sollen eine logisch konsistente Menge von Propositionen ergeben.

Harman (1986, Kapitel 2) berücksichtigt Prinzipien, wie diese, erklärt sie aber als ungültig. Wir können vier Haupteinwände festmachen.

1. Laut LF soll ich jeder logischen Konsequenz meiner Überzeugungen Glauben schenken. Dieses Prinzip kann aber offensichtlich nicht allgemein gültig sein. Rationales Denken erfordert oftmals, dass wir unsere Überzeugungen angesichts ihrer unhaltbaren logischen Folgen revidieren (z.B. wenn diese Folgen der Evidenz zuwider laufenden). John Broome (2000) hat eine weitere Variante dieses Einwands formuliert. Er merkt an, dass laut LF gilt, dass man jede Überzeugung, die man in der Tat hat, auch haben soll (dies folgt aus der Reflexivität der logischen Folgebeziehung). Es scheint aber, dass nicht alle Überzeugungen, die wir *de facto* haben, so sind, dass wir sie haben sollten.

2. LF stellt unangemessene Anforderungen an uns. Angenommen ich glaube alle Axiome einer mathematischen Theorie (z.B. der Peano-Arithmetik). LF fordert nun, dass ich Überzeugungen forme für alle Theoreme der Theorie. Unzählige dieser Theoreme werden aber nicht nur meine bescheidenen logischen Kapazitäten, sondern selbst die der besten MathematikerInnen übersteigen—manche sind schlicht zu kompliziert um von menschlichen Wesen, wie uns prozessiert werden zu können. Wenn aber das "soll" der theoretischen Rationalität ein "können" implizierendes ist, so scheint dies erneut gegen LF zu sprechen.

3. Harman verweist auf ein weiteres auf unsere limitierten kognitiven Ressourcen zurückgehendes Problem. Jede meiner Überzeugungen hat unendlich viele logische Folgen. Die überwältigende Mehrheit davon sind triviale Konsequenzen, die für meine Belange völlig irrelevant sind. Für ein Wesen mit limitierten Rechen- und Speicherkapazitäten sowie einer limitierten Aufmerksamkeitsspanne ist es sicherlich unvernünftig mich mit den trivialen logischen Folgen meiner Überzeugungen aufzuhalten. Genau dies aber ist es, was LF fordert.

4. Einige sogenannte epistemische Paradoxien, insbesondere die Paradoxie des Vorworts, scheint gegen beide Prinzipien zu sprechen. Nehmen wir an die Au-

torin eines ambitionierten Sachbuches hat jede Behauptungen in ihrem Buch mit der aller größten Sorgfalt recherchiert und ist somit von der Wahrheit all der darin enthaltenen Propositionen fest überzeugt. Zugleich jedoch hat sie äußerst gute Gründe zu glauben, dass ihr Buch Fehler enthält. Sie kann sich dabei auf eine robuste induktive Grundlage stützen: Alle uns bekannten Vorhaben dieser Art in der Geschichte der Menschheit enthielten Fehler. Sie kommt so zu der entsprechenden Überzeugung, dass mindestens eine der Propositionen in ihrem Buch falsch sein muss. Das Problem: Ihr Überzeugungssystem ist inkonsistent. Einerseits glaubt die Autorin jede der in ihrem Buch ausgedrückten Propositionen $A_1, \ldots, A_n$, andererseits führt der eben erwähnte Fallibilitätsgedanke zu der Überzeugung $\neg(A_1, \wedge A_2 \wedge \ldots \wedge A_n)$. Dies verletzt sowohl das Prinzip KON als auch das Prinzip LF (da $A_1, \wedge A_2 \wedge \ldots \wedge A_n$ aus $A_1, \ldots, A_n$ folgt, soll unsere Autorin laut LF $A_1, \wedge A_2 \wedge \ldots \wedge A_n$ glauben, zugleich soll sie eben diese konjunktive Proposition aber auch nicht glauben).

Was lässt sich auf diese Einwände erwidern? Dass sie Gewicht haben, lässt sich schwer bestreiten. Jedoch selbst wenn sich unsere Prinzipien (IMP) und (KON) somit als falsch erwiesen haben, ist dies noch kein Beleg dafür, dass man nicht mit modifizierten Prinzipien aufwarten könnte, die den Einwänden standhalten könnten. Um zu Harmans allgemeiner skeptischen These zu gelangen, müsste zuerst noch gezeigt werden, dass sich unsere Prinzipien nicht in derartige modifizierte, philosophisch haltbare Prinzipien umwandeln lassen.

Um einen besseren Überblick zu gewinnen, darüber welche Optionen uns offen stehen, tun wir gut daran uns an der systematischen Taxonomie John MacFarlanes zu orientieren, worin viele sogenannte "Brückenprizipien" untersucht werden. Ein Brückenprinzip, in diesem Zusammenhang, ist als ein generelles Prinzip zu verstehen, welches die Beziehung zwischen logischen Prinzipien einerseits, und Normen unseren Einstellungen gegenüber, die in den besagten logischen Relationen stehen anderseits, zum Ausdruck bringt.

Die "Blaupause" für MacFarlanes Brückenprinzipien hat die folgende Form

Wenn $A_1, \ldots, A_n \vdash C$, dann (normative Aussage über des Subjekts Überzeugungen den Propositionen A_i und C gegenüber).

Die eigentlichen Brückenprinzipien speisen sich aus dieser Standardform entlang drei verschiedener Parameter.

1. Um die normative Aussage formulieren zu können bedarf eines deontischen Operators. MacFarlane betrachtet drei mögliche Kandidaten je nachdem, ob es sich bei den Normen um *Obligationen*, *Erlaubnisse* oder (aufhebbare) *Gründe* handelt.

2. Die Normen können verschiedener Polarität sein je nachdem, ob es sich dabei um Obligationen/Erlaubnisse/Gründe handelt dafür eine gewisse Überzeugung zu haben, oder dafür eine gewisse Proposition nicht zurückzuweisen (*not to disbelieve*).

3. Der Skopus des deontischen Operators kann variieren: Sei O ein deontischer Operator. Gegeben, dass die Normen konditionaler Form sind, kann der Operator ...

   (a) Sich allein auf den Konsequenz des Konditionalsatzes beziehen: $A \supset O(B))$;

   (b) oder er kann sich sowohl auf Antezedenz wie auch Konsequenz beziehen: $(O(A) \supset O(B))$;

   (c) oder, letztlich, der Operator kann einen weiten Skopus haben und sich auf den gesamten Konditionalsatz beziehen: $O(A \supset B)$.

Zusätzlich zu den von diesen "Parameterstellungen" generierten Brückenprinzipien kann ferner unterschieden werden zwischen Brückenprinzipien, welche logische "Fakten" mit Denknormen in Beziehung setzen und solchen, die (grob gesprochen) die Einstellungen der AgentIn diesen Fakten gegenüber mit eben solchen Normen verquickt. Die generelle Form solcher auf Einstellungen beruhenden Prinzipien ist also:

> Wenn $\alpha(A_1, \ldots, A_n \vdash C)$, dann (normative Aussage über des Subjekts Überzeugungen den Propositionen A_i und C gegenüber).

Wobei α eine Einstellungen ist (z.B. 'AgentIn S weiß ...' oder 'AgentIn S glaubt ...', etc.).

Nun stellt sich die Frage, ob es unter dieser Vielzahl möglicher Prinzipien solche gibt, die philosophisch vertretbar sind. Methodologisch bedeutet dies für MacFarlane, dass die Einwände Harmans und einige andere in Prinzipien gefasste Intuitionen als Kriterien herhalten, gegen die die diversen Prinzipien evaluiert werden. Das Prinzip (oder die Prinzipien), die dabei am besten abschneiden (oder hinreichend gut abschneiden), können dann als erfolgreich angesehen werden. Sie könnten dann eine zentrale Rolle in der Verteidigung der These der Normativität der Logik angesehen werden.

Im Zuge von MacFarlanes Analyse befindet er die meisten Prinzipien als entweder zu schwach oder als zu anspruchsvoll. MacFarlane argumentiert jedoch, dass eine Kombination zweier Prinzipien, die rechte Balance aufweist:

1. Wenn $A_1, \ldots, A_n \vdash C$, dann soll S (von A_i überzeugt sein, nur dann, wenn S C nicht zurückweist).

2. Wenn $A_1, \ldots, A_n \vdash C$, dann hat S Grund dazu (von den A_i überzeugt zu sein, nur dann, wenn S von C überzeugt ist).

Der weite Skopus der jeweiligen Operatoren hat den Vorzug, dass die Prinzipien auf zwei Weisen erfüllbar sind: entweder dadurch, dass die AgentIn ihre Überzeugungen behält dafür aber keine sich daraus ergebenden logischen Konsequenzen zurückweist; *oder* dadurch, dass sie ihre Überzeugungen im Lichte der logischen Konsequenzen entsprechend revidiert. Somit sind die Einwände Harmans (wie auch die Einwände Broomes) entkräftet. Darüber hinaus lassen sich durch die negative Polarität des ersten Prinzips die mit den limitierten kognitiven Ressourcen menschlicher Denker zusammenhängende zweiten und dritten Einwände Harmans umgehen.

Anders verhält es sich mit der Paradoxie des Vorworts. Wer die Intuitionen, auf die sich die Paradoxie stützt ernst nimmt, muss darin ein Gegenbeispiel für MacFarlanes erstes Brückenprinzip erkennen: Wenn wir uns die A_i als die Propositionen des Buches unserer Autorin denken, dann folgt aus dem Prinzip, dass die Konjunktion, die eine offensichtliche logische Folge dieser Propositionen ist, nicht von der Autorin zurückgewiesen werden darf. Aber dies ist es ja genau, was der Fallibilitätsgedanke, wonach mindestens eine der Behauptungen des Buches falsch sein muss, fordert. MacFarlanes Antwort darauf besteht darin einzugestehen, dass es schlechterdings unvermeidbare normative Konflikte geben kann: Unsere logischen Pflichten können mit anderen epistemischen Pflichten—hier einer Art epistemischer Demut, die hinter dem Fallibilitätsgedanken steht—unversöhnlich gegenüberstehen.

Eine andere Herangehensweise, die es ermöglicht den in dem 'soll' ausgedrückten Pflichtcharakter der logischen Normativität zum Ausdruck zu bringen ohne normative Konflikte in Kauf nehmen zu müssen, besteht darin Brückenprinzipien zu formulieren, welche logische Prinzipien nicht mit kategorischen, binären Überzeugungen in Beziehung setzen, sondern mit Überzeugungsgraden. Die dahinter stehende Idee ist, dass wenn Überzeugungsgrade durch subjektive Wahrscheinlichkeiten dargestellt werden, es möglich ist, dass eine große Zahl von Propositionen einzeln betrachtet eine hohe Wahrscheinlichkeit haben, wohingegen die Konjunktion der Propositionen dem Wahrscheinlichkeitskalkül gemäß eine sehr niedrige Wahrscheinlichkeit haben darf.

Hartry Field (2009, 2015) hat, aufbauend auf Arbeiten von Ernest Adams (1998), ein solches Brückenprinzip vorgeschlagen:

- Wenn $A_1, \ldots, A_n \vdash C$, dann soll S zu sehen, dass $g(C) \geq g(A_1) + g(A_2) + \ldots + g(A_n) - (n-1)$

Hier repräsentiert 'g' die Überzeugungsgrade des Subjekts. Wie unschwer zu erkennen ist, kann der geforderte Überzeugungsgrad in die Konklusion bei einer entsprechenden Anzahl von Prämissen beliebig niedrig sein. Anders gesagt: Obwohl die Überzeugungsgrade bezüglich jeder der Prämissen hoch sein mag, so besteht doch ein klein wenig Ungewissheit weiter. Diese Ungewissheit akkumuliert sich bei einer hinreichend großen Anzahl von Prämissen, sodass der Überzeugungsgrad hinsichtlich der Konklusion zunehmend niedriger wird.

Es stellen sich mindestens zwei Fragen in Bezug auf Fields Prinzip. Zum einen scheint Fields Prinzip nicht eine Antwort auf Harmans skeptische Fragestellung zu sein. Harmans Frage bezog sich auf den Zusammenhang zwischen deduktiver Logik und einer Theorie des Schließens. Eine Theorie des Schließens soll jedoch Normen vorgeben, welche wirkliche Denker im Stande sind zu nutzen. Dies trifft aber auf Fields Prinzip nicht zu. Selbst wenn man das Antezedenz des Prinzips einschränken würde, auf solche logischen Folgebeziehungen, die der Denker erkennen kann, so übersteigen die Berechnungen, die nötig wären, um das Prinzip anzuwenden, rasch die Kapazitäten normaler Denker. Darüber hinaus, setzt das Prinzip voraus, dass uns die numerischen Werte unserer Überzeugungsgrade zugänglich sind. Aus eben diesen Gründen lehnt es Harman ab von Überzeugungsgraden zu sprechen (Harman (1986, Ch. 3), Harman (2009)). Nichtsdestoweniger, es ist natürlich möglich, dass Fields Brückenprinzip, wenn es auch Harmans Fragestellung nicht entspricht, dennoch einem anderen Sinn zum Ausdruck bringen vermag, wie die Logik eine normative Wirkung auf uns haben kann.[11]

Bibliographie

E. Adams. *A primer of probability logic*. CSLI Publications, Stanford, CA, 1998.

J. C. Beall and G. Restall. *Logical pluralism*. Oxford University Press, Oxford, 2006.

P. Boghossian. Analyticity reconsidered. *Noûs*, 30:360–391, 1996.

D. Bonnay. Logicality and invariance. *Bulletin of symbolic logic*, 14:29–68, 2008.

J. Broome. Normative requirements. In J. Dancy, editor, *Normativity*. Oxford University Press, Oxford, 2000.

R. Carnap. *The logical syntax of language*. Routledge, London, 1937.

R. Carnap. Meaning postulates. In *Meaning and necessity*, pages 222–229. University of Chicago Press, 2 edition, 1956.

R. Cook. Let a thousand flowers bloom: A tour of logical pluralism. *Philosophy compass*, 5:492–504, 2010.

M. Dummett. *The logical basis of metaphysics*. Harvard University Press, Cambridge, 1991.

[11] Für einen weiterführenden Überblick, siehe (Steinberger Forthcoming).

C. Dutilh-Novaes. The undergeneration of permutation invariance as a criterion for logicality. *Erkenntnis*, pages 81–97, 2014.

J. Etchemendy. *The concept of logical consequence.* Harvard University Press, Cambridge, 1990.

S. Feferman. Logic, logics, logicism. *Notre Dame journal of formal logic*, pages 31–54, 1999.

S. Feferman. Set-theoretical invariance criteria for logicality. *Notre Dame journal of formal logic*, 51:3–20, 2010.

H. Field. What is the normative role of logic? *Proceedings of the Aristotelian Society*, 83:251–268, 2009.

H. Field. What is logical validity? In C. Caret and O. Hjortland, editors, *Foundations of logical consequence.* Oxford University Press, 2015.

G. Frege. *Grundgesetze der Arithmetik.* Mentis, Paderborn, 1893/1903/2009.

G. Gentzen. Investigations into logical deduction. In M. Szabo, editor, *The collected papers of Gerhard Gentzen*, pages 68–128. North Holland, Amsterdam, 1934/1969.

O. Griffiths. Problems for logical pluralism. *History and philosophy of logic*, 34: 170–182, 2013.

G. Harman. Logic and reasoning. *Synthese*, 60:107–127, 1984.

G. Harman. *Change in view: Principles of reasoning.* M.I.T. Press, Cambridge, 1986.

G. Harman. Field on the normative role of logic. *Proceedings of the Aristotelian society*, 109:333–335, 2009.

I. Kant. *Logic.* Dover, New York, 1800/1974.

S. Kripke. *Naming and necessity.* Harvard University Press, Cambridge, MA., 1980.

J. MacFarlane. *What does it mean to say that logic is formal?* PhD thesis, University of Pittsburgh, Pittsburgh, 2000.

J. MacFarlane. Logical constants. In *The Stanford encyclopedia of philosophy.* Zalta, E., 2015.

F. Mautner. An extension of Klein's Erlanger Program: Logic as invariant-theory. *American Journal of Mathematics*, 68:345–384, 1946.

V. McGee. Logical operations. *Journal of philosophical logic*, 25:567–580, 1996.

J. Murzi and F. Steinberger. Inferentialism. In B. Hale, A. Miller, and C. Wright, editors, *A companion to the philosophy of language*. Blackwell, 2 edition, Forthcoming.

C. Peacocke. What is a logical constant? *Journal of philosophy*, 73:221–240, 1976.

D. Prawitz. *Natural deduction.* Dover, Mineola, NY, 1965/2006.

D. Prawitz. Ideas and results in proof theory. In J. Fenstad, editor, *Proceedings of the 2. Scandinavian logic symposium*, pages 237–309. North-Holland, Amsterdam, 1971.

G. Priest. *Doubt truth to be a liar.* Oxford University Press, Oxford, 2006.

H. Putnam. The analytic and the synthetic. In *Philosophical papers*, volume 2. Cambridge University Press, Cambridge, 1975a.

H. Putnam. The meaning of 'meaning'. *Midwest Studies in the Philosophy of Science*, 7:131–193, 1975b.

W.V.O. Quine. Two dogmas of empiricism. *Philosophical review*, 60:20–43, 1951.

W.V.O. Quine. *Philosophy of logic.* Harvard University Press, Cambridge, 1986.

S. Read. Monism: The one true logic. In D. DeVidi and T. Kenyon, editors, *A Logical approach to philosophy: Essays in honour of Graham Solomon*, pages 193–209. Springer, 2006.

G. Russell. *Truth in virtue of meaning.* Oxford University Press, Oxford, 2008.

G. Russell. Logical pluralism. In E. Zalta, editor, *Stanford encyclodedia of philosophy.* 2014.

G. Sher. *The bounds of logic: A generalized viewpoint.* M.I.T. Press, Cambridge, 1991.

G. Sher. A characterization of the logical constants *is* possible. *Theoria*, 18: 189–197, 2003.

E. Sober. Quine. *Proceedings of the Aristotelian society*, LXXIV:237–280, 2000.

F. Steinberger. The normative status of logic. In E. Zalta, editor, *The Stanford encyclopedia of philosophy.* Forthcoming.

A. Tarski. *Logic, semantics, metamathematics.* Clarendon Press, Oxford, 1956.

A. Tarski. What are logical notions? *History and philosophy of logic*, 7:143–154, 1986.

N. Tennant. *Anti-realism and logic.* Oxford University Press, Oxford, 1987.

N. Tennant. *The taming of the true.* Oxford University Press, Oxford, 1997.

T. Williamson. *The philosophy of philosophy.* Blackwell, Oxford, 2007.

S. Yablo. Review of *Necessity, essence and inviduation: A defense of conventionalism by Alan Sidelle. The philosophical review*, 101:878–881, 1992.